

# ANEXO III. MEMORIA FINAL DE PROYECTO

---

LABORATORIO DE ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE SISTEMAS VIBRATORIOS

Cristina Aguilar-Porro, Mario Ruz-Ruiz, and Francisco J. Blanco-Rodríguez

caguilar@uco.es, mario.ruz@uco.es, jblanco@uco.es

Universidad de Córdoba

## Abstract

Vibrations in mechanical systems is a key topic in any mechanical problem and its proper understanding is paramount for students of any course related to Mechanical Engineering. The equations of movement describing mechanical vibrations are well-known. The solutions of these equations can be very complex in terms of the assumptions of the models and the boundary conditions to which they are subjected. The understanding of the physical meaning of the parameters involved in the equations and their relative influence is important for students. Moreover, vibration modeling in the lab is time-consuming and case-specific in terms of the modeling scheme. This paper presents the development of a bilingual graphical interface (Spanish-English) for a better understanding of the physical and mathematical concepts related to discrete vibrations with multiple degrees of freedom in mechanical systems. The tool here developed constitutes a virtual lab for the analysis of the variables and parameters involved in the equations of movement in a step-by-step way, allowing to easily change the input parameter values so as to understand the importance of the different variables. Thus, the autonomous apprenticeship and the development of personal skills of students is enhanced and promoted. This lab was coded in MatLab© and is being used for the first time at the University of Cordoba during the academic year 2017-2018.

**Keywords:** mechanical vibrations, analytical approaches, ICT, GUI, autonomous apprenticeship.

## Resumen

Las vibraciones en sistemas mecánicos constituyen un problema clave en cualquier problema mecánico por lo que resulta primordial su estudio en cualquier asignatura relacionada con la Ingeniería Mecánica. Las ecuaciones que describen el movimiento de las vibraciones mecánicas son de sobra conocidas. Sin embargo, su solución puede ser muy compleja en función de las suposiciones del modelo empleado y de las condiciones de contorno a las que se encuentra sometido el sistema mecánico. La comprensión del significado físico de los parámetros involucrados en las ecuaciones y su influencia relativa es importante para los estudiantes. Además, el modelado de las vibraciones en laboratorio es tedioso y específico en función del esquema del modelo empleado. Se propone así el desarrollo de una interfaz gráfica bilingüe (español-inglés) para una mejor comprensión de los conceptos físicos y matemáticos implicados en la teoría de vibraciones. Dicha herramienta serviría para la resolución de diferentes casos de estudio en función del nivel de complejidad requerido y se podría utilizar como una especie de laboratorio virtual de cara al análisis de la influencia de las distintas variables y parámetros implicados en el movimiento. Así, se potencia el enfoque autónomo del aprendizaje y por tanto se promueven el desarrollo de habilidades personales por parte del alumnado. La herramienta fue compilada en MatLab© y se ha utilizado por primera vez en la Universidad de Córdoba en el curso académico 2017-2018.

**Palabras clave:** Vibraciones mecánicas, soluciones analíticas, TIC, GUI, aprendizaje autónomo.

## 1. INTRODUCCIÓN

La teoría de vibraciones estudia el movimiento oscilatorio de los sistemas físicos. La experiencia demuestra que el comportamiento de un sistema mecánico es muy diferente cuando las fuerzas aplicadas al mismo varían con el tiempo que cuando no lo hacen, aunque el orden de magnitud de dichas fuerzas sea similar. Las vibraciones aparecen en multitud de situaciones en las máquinas y estructuras que nos rodean: ej. al viajar en coche (Figura 1), tren o avión, las que soportan los edificios durante un terremoto, etc. Asimismo, dichas máquinas y estructuras pueden crear vibraciones en el suelo originando molestias a las personas que se encuentran en las proximidades.

Las vibraciones pueden causar el rápido desgaste de algunas partes de las máquinas (ej. apoyos, engranajes, rodamientos, etc.) al mismo tiempo que generan ruido. También pueden provocar que los elementos de unión presentes (ej. tornillos y tuercas) se aflojen afectando, por tanto, su funcionalidad. Por los serios efectos que las vibraciones pueden provocar en máquinas y estructuras, los sistemas mecánicos deben diseñarse verificando su comportamiento bajo vibraciones.

El amplio ámbito de aplicación del estudio de la teoría de vibraciones hace que sea necesario abordar su estudio de una forma lo más realista posible. De este modo, el ámbito de aplicación del estudio de los procesos vibratorios es muy variado, desde investigación básica y aplicada, hasta aplicaciones en numerosas disciplinas que afectan a numerosos sectores profesionales: ingeniería industrial, transportes, maquinaria agrícola, etc.



## 1. Suspensión

Las ecuaciones para el cálculo de vibraciones en un sistema resultan de plantear las ecuaciones de Newton-Euler o la ecuación de Lagrange en un sistema discreto fijando las condiciones iniciales y de contorno del problema. Surgen así ecuaciones diferenciales ordinarias que en función de los grados de libertad considerados y de la discretización del sistema de estudio, pueden llegar a resultar complejas de solucionar de forma analítica siendo necesario recurrir a métodos computacionales que a menudo superan el potencial de aplicación en clases convencionales. Un planteamiento similar puede ser válido para analizar un sistema continuo como puede ser una estructura sin más que realizar un proceso previo de discretización. Entre los métodos numéricos más utilizados destacan el método de Elementos Finitos (FEM) y el método de los modos impuestos o de Rayleigh-Ritz, que trata el problema como uno de variables separadas [1, 2].

El principal problema encontrado en el aula a la hora de abordar la teoría de vibraciones es la solución analítica de las ecuaciones que definen el comportamiento de un sistema mecánico. Con los métodos matemáticos tradicionales, los estudiantes están limitados a analizar una cantidad muy reducida de casos por la complejidad de la solución de las ecuaciones diferenciales que surgen. Esto dificulta la comprensión de la importancia de las distintas variables dentro de la ecuación, como son la naturaleza temporal de la excitación aplicada o los parámetros del modelo analizado (masa, rigidez y amortiguamiento).

En paralelo, el estudio de casos constituye una metodología activa de acuerdo a las implicaciones estructurales del Espacio Europeo de Educación Superior. Los casos de estudio permiten al docente diseñar actividades que generan el conocimiento en los estudiantes motivándoles a buscar información, discutir y ser autónomos en lugar de ser meros receptores pasivos del conocimiento como se hace en los sistemas de enseñanza tradicionales. [3]. Por otro lado, las herramientas informáticas y las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) juegan un papel crucial debido a sus características interactivas y la posibilidad de superar los límites de coincidencia en tiempo y espacio que presenta la modalidad didáctica tradicional [4, 5]. Así la combinación de casos de estudios con herramientas TIC constituyen un método interactivo, instantáneo y flexible con una nueva interacción entre estudiantes y profesores.

## 2. OBJETIVOS

El objetivo principal es desarrollar una herramienta docente interactiva, visual y bilingüe para el estudio por parte del alumnado de procesos vibratorios en sistemas discretos de creciente complejidad. Los objetivos específicos de esta propuesta son:

- Diseñar una serie de casos prácticos en el ámbito de especialización de la materia, con fases evolutivas a medida que el cuatrimestre progresa, común a todas las materias involucradas, que permita que el alumno se enfrente a un problema desde un modelo inicial simplificado hasta modelos complejos más próximos a condiciones “reales”, es decir, similares a las extraacadémicas. Con esto, se persigue potenciar su capacidad de autonomía y de toma de decisiones en función del caso de estudio.
- Generar una herramienta docente para el aprendizaje que permita solucionar los casos prácticos de manera interactiva [6].

## 3. MATERIAL Y MÉTODOS

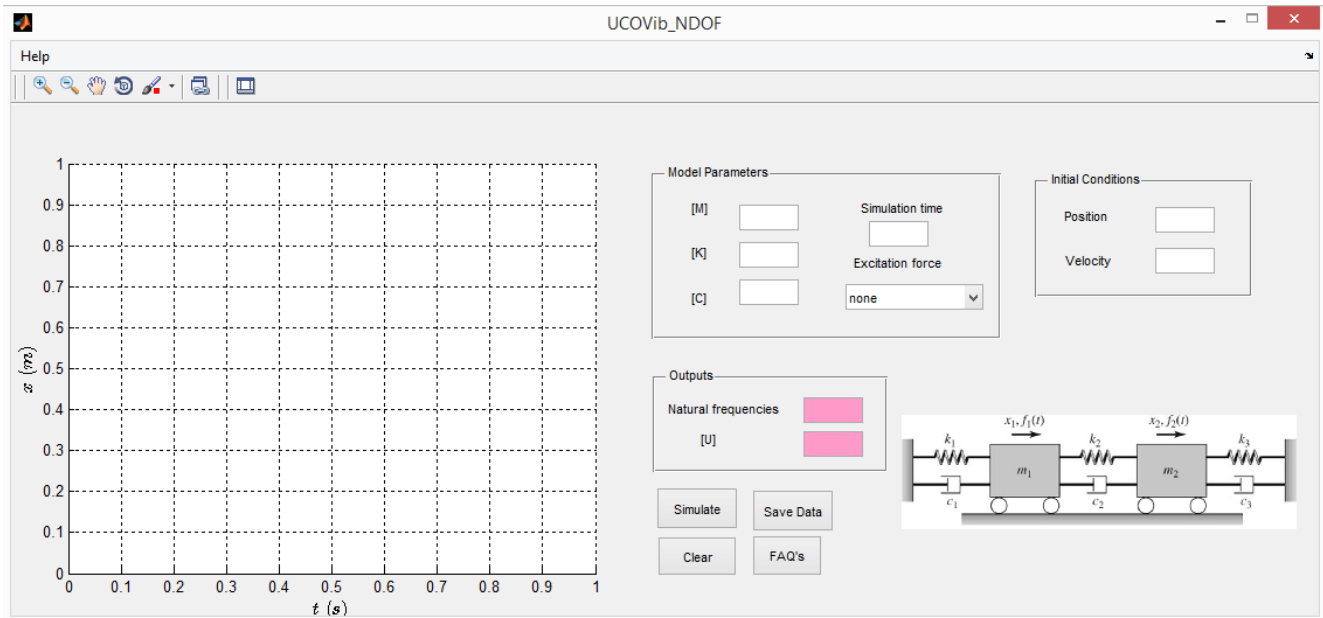
### 3.1 PROGRAMACIÓN DE LAS SOLUCIONES A LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO (BASE TEÓRICA DE LA HERRAMIENTA)

El desarrollo de la herramienta propuesta requiere en primer lugar por parte del profesor una implicación absoluta en el desarrollo de la misma, ya que es el que mejor conocimiento tiene sobre los objetivos que se pretenden alcanzar. Como se dijo en la introducción, las ecuaciones del movimiento del sistema se obtienen aplicando Newton-Euler [1,2] o la formulación de Lagrange [7] obteniéndose en general un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales ordinarias del siguiente tipo:

$$\begin{aligned}
 [M]\ddot{\mathbf{q}} + [C]\dot{\mathbf{q}} + [K]\mathbf{q} &= \mathbf{f}(t), \\
 \mathbf{q}(0) &= \mathbf{q}_0, \\
 \dot{\mathbf{q}}(0) &= \dot{\mathbf{q}}_0.
 \end{aligned}$$

donde  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  son las matrices de inercia, amortiguación y rigidez del sistema mecánico, respectivamente,  $\mathbf{f}(t)$  es la excitación externa y  $\mathbf{q}(t)$  el desplazamiento temporal. El problema de valores iniciales se completa imponiendo condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad en el instante inicial.

De las ecuaciones planteadas se derivaron las soluciones completas de las mismas mediante su programación en MatLab® [8], generándose así la evolución temporal del sistema mecánico para los parámetros del modelo y las condiciones iniciales y forzamientos establecidos por el usuario (Figura 2).



2. Estructura de la GUI

A continuación se implementaron los métodos más utilizados para la solución de vibraciones tanto libres como forzadas de sistemas discretos de varios grados de libertad. Así, si la matriz de amortiguamiento  $[C]$  es proporcional a la de rigidez y/o a la de masas ( $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ ), aproximaciones analíticas a través de análisis modal permiten la generación de la respuesta del sistema. Por el contrario, si la matriz de amortiguamiento no es proporcional a ninguna de las anteriores se implementaron métodos computacionales para determinar el movimiento del sistema. En este último caso, se aplicó la función ode45 implementada en MatLab®.

Además de la codificación matemática, los profesores recopilaron la base teórica tras cada método en un documento. Este documento aparece en el botón FAQ fácilmente accesible desde la interfaz gráfica como muestra la figura 2. En este documento aparecen además los parámetros necesarios en cada caso con la explicación del significado de cada uno de ellos, valores típicos de los mismos, restricciones de aplicación, etc.

### 3.2 CODIFICACIÓN DE LA INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO (GUI)

La herramienta se codificó en MatLab® y se compiló en dos versiones, una para sistemas con un compilador de MatLab® y otra para aquellos sin compilador instalado. El usuario final se descarga un fichero comprimido sencillo (.zip) que le permite instalar un ejecutable de windows (.exe) el cual se presenta como la Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) mostrada en la Figura 1. De esta manera, los estudiantes no necesitan tener experiencia en programación para utilizar la herramienta.

### 3.3 CASOS DE ESTUDIO

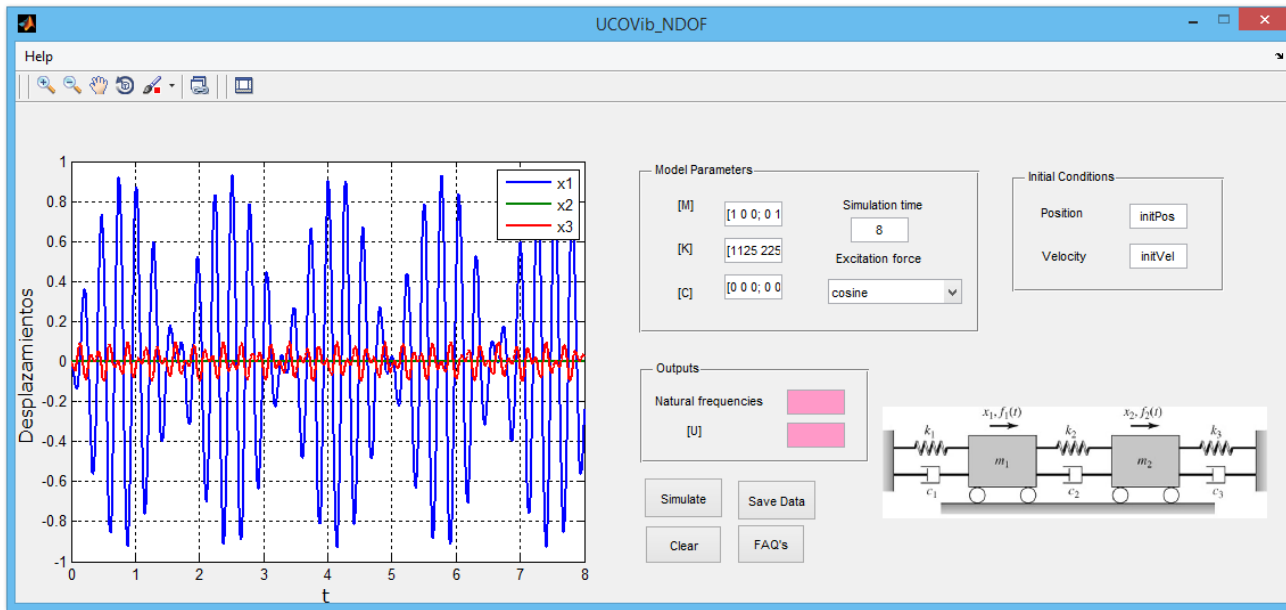
A medida que progresó la codificación de la herramienta, los profesores plantearon diferentes casos de estudio para ser posteriormente resueltos por parte de los alumnos con apoyo de la herramienta generada. Los diferentes casos planteados van creciendo en complejidad y eliminando hipótesis de partida de cara a caracterizar los procesos de la forma más realista posible. Así, los alumnos pueden observar el grado de error que se comete al suponer diferentes hipótesis de partida (ej. Despreciar el amortiguamiento, suponer menos grados de libertad, etc.).

## 4. RESULTADOS OBTENIDOS Y DISCUSIÓN

Los resultados de este trabajo se han plasmado en una GUI interactiva que permite la simulación de sistemas de vibraciones de varios grados de libertad (N-DOF systems), y completa a una versión previa que se desarrolló exclusivamente para sistemas de un grado de libertad [6].

La GUI permite la generación de gráficas que muestran la evolución temporal de las coordenadas generalizadas consideradas en el modelado del sistema. Además, se muestra información relacionada con las frecuencias naturales y las matrices modales. A modo de ejemplo, la Figura 3 muestra la evolución temporal de un sistema de 3 grados de libertad. Las gráficas y tablas generadas con la herramienta pueden exportarse para su uso con software diferente. El archivo ejecutable de la GUI es

gratuito para cualquier profesor o alumno interesado y estará disponible a través de web o mediante petición expresa a los autores (actualmente los alumnos disponen de acceso al mismo mediante la plataforma Moodle).



3. Ejemplo de simulación de un sistema de 3 grados de libertad sometido a una excitación armónica.

#### 4.1 EVALUACIÓN DE LA APLICACIÓN

La aplicación desarrollada se ha utilizado por primera vez en el año académico 2017-2018. Se ha empleado en el desarrollo de aquellos problemas donde era necesario plantear un análisis de vibraciones. En específico, se ha utilizado en las asignaturas de Máquinas y Mecanismos (común a los grados de electricidad, electrónica y mecánica) y Mecánica Aplicada (asignatura presente solo en el grado de Mecánica). Con el propósito de evaluar el grado de satisfacción de los estudiantes se ha diseñado un pequeño cuestionario. Dicho cuestionario consiste en las cinco cuestiones mostradas en la Tabla I, mediante las cuales los estudiantes evaluaron la herramienta asignando a cada pregunta un número dentro de una escala del 1 (no estoy de acuerdo) al 5 (estoy totalmente de acuerdo).

TABLA I. CUESTIONARIOS PARA EVALUAR EL GRADO DE SATISFACCIÓN DEL ALUMNADO

| Cuestión  | Respuesta:<br>de 1 (no estoy de acuerdo)<br>a 5 (estoy muy de acuerdo) |
|---|--|
| ¿Te ha ayudado la herramienta a comprender mejor los conceptos básicos de las vibraciones mecánicas?      |  |
| ¿Las ideas y conceptos explicados con la herramienta se presentaron de forma clara y fácil de comprender? |  |
| ¿Consideras el nivel de interactividad de la aplicación adecuado?   |  |
| ¿Crees que en general el uso de la aplicación es fácil e intuitivo?                                       |  |
| ¿Opinas que la aplicación es un buen complemento para las clases teóricas?                                |  |

Aunque los resultados de los cuestionarios tendrán que evaluarse a lo largo de diferentes años académicos para obtener conclusiones significativas y consistentes, los primeros estudios realizados muestran que en la mayoría de los casos la respuesta por parte del alumnado ha sido bastante positiva. Los estudiantes pudieron manejar la aplicación de forma independiente y sencilla. Uno de los aspectos destacados por los alumnos ha sido la utilidad de la aplicación para comprobar los efectos en la respuesta del modelo ante la modificación de los diferentes parámetros de los que consta (modificación de las constantes de viscosas de amortiguación, masas, constantes elásticas, condiciones iniciales, etc.)

#### 4.2 DIFUSIÓN DE LA APLICACIÓN

Parte de la aplicación desarrollada ya se ha presentado en un congreso internacional [6]. No obstante, se prevén diferentes actividades de difusión una vez que la aplicación haya sido completamente evaluada con el alumnado. Entre ellas, se publicará un ejecutable de la aplicación accesible mediante web y se pretende también su presentación a través de nuevos congresos, resaltando su uso en el ámbito docente y las nuevas características que se han ido incorporando.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad de Córdoba el soporte proporcionado para el desarrollo de la aplicación, en concreto mediante la concesión del proyecto de innovación docente 2017-1-5007.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. Meirovitch, Elements of vibration analysis, McGraw Hill, 1986.
- [2] L. Meirovitch, Principles and techniques of vibration, Prentice Hall, 1997.
- [3] Declaración de Bolonia. *The Bologna Declaration on the European space for higher education: an explanation*, 1999. [Online]. Available from: <http://ec.europa.eu/education/policies/educ/bologna/bologna.pdf>.
- [4] L. Sharpe, C. Hu, L. Crawford, S. Gopinathan, M.S. Khine, S.N. Moo and A. Wong, "Enhancing multipoint desktop video conferencing (MDVC) with lesson video clips: recent developments in pre-service teaching practice in Singapore," *Teaching and Teacher Education*, vol. 19, pp. 529-541, Jul. 2003, doi:10.1016/S0742-051X(03)00050-7.
- [5] M. Stefanovic, M. Matijevic and V. Cvijetkovic, "Web-Based Laboratories for Distance Learning," *International Journal of Engineering Education*, vol. 25, pp. 1005-1012, Apr. 2009, doi:0949-149X/91
- [6] F.J. Blanco-Rodríguez, M.L. Ruz-Ruiz and C. Aguilar, "UCOVib\_1DOF: Laboratorio de Análisis Computacional de sistemas mecánicos discretos vibratorios," *The 5th International Conference on Educational Innovation in Technical Careers INDOTEC 2017*, Oct. 2017, ISBN: 978-84-17293-04 -8.
- [7] J.H. Ginsberg, *Mechanical and structural vibrations: theory and applications*, Wiley, 2001.
- [8] M.R. Hatch, *Vibration simulation using MATLAB and ANSYS*, Chapman and Hall/CRC, 2000.