
INFORME SOBRE LA PROPUESTA DE GRADO EN
MATEMÁTICAS Y FILOSOFÍA
POR LA UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

El presente informe lo realiza Fernando Etayo Gordejuela, Catedrático de Geometría y Topología de la Universidad de Cantabria y Académico Correspondiente Nacional de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, tras la invitación recibida el 11 de julio de 2024 desde el Decanato de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Córdoba. La confección del informe es responsabilidad de quien lo suscribe y se circunscribe a los siguientes aspectos señalados en la carta de invitación: oportunidad, perfiles de egreso, contenidos y estructura del título.

Por mi propia formación, el informe presenta un sesgo hacia el perfil matemático de la titulación propuesta. He preferido no renunciar a hacer comentarios específicos en relación a la parte matemática, con el propósito de ayudar a mejorar el plan propuesto y esperando que otros informes con otros sesgos puedan dar visión más completa del título.

Aspectos generales.

Los estudios de Matemáticas y Filosofía tienen un amplio desarrollo en el sistema británico, donde existen estudios de Bachelor en las Universidades de York, London, Birmingham, Sheffield, King's College, etc., además de la Universidades de Oxford y Bristol, mencionadas en la Memoria que se presenta. Estos referentes internacionales bastan para acreditar que es un campo de conocimiento definido y reconocido.

Sin haber podido completar un estudio exhaustivo, diría que los requerimientos generales para el acceso a estos estudios en el Reino Unido son de tipo matemático antes que filosófico, lo que, unido a la configuración de los correspondientes planes de estudio, determina que un Grado en Matemáticas y Filosofía resulte ser antes un Grado en Matemáticas con una fuerte componente filosófica que al revés.

En el sistema universitario español, de fuerte regulación académica en algunos aspectos, la duración de los estudios universitarios está determinada, para casi todos ellos, en cuatro años académicos, con una carga de 240 créditos. Ésta es la carga y duración del Grado que se propone. La denominación "Matemáticas y Filosofía" puede resultar

ambigua, por poder interpretarse como una doble titulación de Grado que dé lugar a la obtención de dos grados independientes, con planes de estudio organizados de modo que la duración de los estudios sea inferior a la que resultaría de la suma de las duraciones de ambos. No es este el caso, y tampoco sería el primer Grado con una denominación similar. Por ejemplo, en la Universidad Complutense existe un Grado en "Matemáticas y Ciencia de Datos" que es el resultado de transformar el precedente Grado en "Matemáticas y Estadística". En la Politécnica de Madrid, el de "Matemáticas e Informática"; "Matemática Aplicada y Computación" en la Carlos III, y en la de Alcalá de Henares el de "Matemáticas y Computación". En cualquier caso, como ya he comentado, "Matemáticas y Filosofía" es un ámbito definido del conocimiento y no encuentro otra denominación mejor para estos estudios.

Oportunidad

En España los estudios de Matemáticas superan año tras año su demanda, bien como grados individuales, bien como dobles titulaciones. La demanda de titulados en el mercado laboral y las perspectivas crecientes de la misma sostienen este interés tan elevado por la titulación, que ha ocasionado su reciente implantación en universidades públicas que carecían de él, como la de Castilla la Mancha y la de Alcalá de Henares e, incluso, su puesta en marcha con denominaciones variadas, en universidades privadas, como la Universidad Antonio de Nebrija, la Universidad Alfonso X El Sabio, la Universidad Francisco de Vitoria, la Universidad San Pablo-CEU, la Universidad Internacional de la Empresa, la Universidad Internacional de La Rioja, la Universidad Europea de Madrid, la Universitat Internacional Valenciana, CUNEF Universidad, y otras más, siendo éste un fenómeno totalmente novedoso que hasta ahora no se había dado.

El Grado que se propone, si fuera sólo de Matemáticas, seguro que tendría buena acogida en este momento de expansión. Con su perfil de "Matemáticas y Filosofía" ocupa un lugar vacío en nuestro panorama universitario, con lo que puede añadir al interés que despiertan todos los estudios de Matemáticas el que propicia su especificidad.

Perfiles de egreso

En la página 6 del borrador de Memoria que he manejado se alude a las posibles salidas profesionales de los egresados de este Grado, y se

citan nueve de ellas. Obviando el error en la séptima (Enseñanza de la Matemática y la Filosofía en los niveles educativos donde se exige la Titulación mínima de *licenciado*) me merecen especial comentario las siguientes:

1. Interpretación de datos en todas las versiones ('big data' incluido).
2. Trabajo de investigación y desarrollo en las áreas de Matemáticas, Filosofía y sus intersecciones naturales.
5. Modelización Matemática.

La viabilidad de estas salidas profesionales queda supeditada al desarrollo de las correspondientes materias en el plan de estudios, aspecto que se comentará en el epígrafe sobre los Contenidos del Plan de Estudios, de este informe.

Estructura del Plan de Estudios

El plan de estudios se estructura en 60 créditos básicos, 144 obligatorios, 18 optativos, 6 de Prácticas Académicas Externas y 12 de Trabajo Fin de Grado.

Los 18 optativos no llegan al mínimo exigido por la legislación vigente de 48 créditos para poder obtener una mención (artículo 13.3 del RD 822/2021). Dada la naturaleza del título parece muy aconsejable no tener elevada optatividad.

Las Prácticas Académicas Externas (llamadas Prácticas en Empresas en la tabla 4.3 Resumen del Plan de Estudios) se definen como obligatorias. Esto puede ser un problema, pues ello obliga a la Facultad a buscar prácticas externas para todos sus estudiantes (de igual modo que busca tema de Trabajo Fin de Grado para todos ellos, por ser obligatorio). Tradicionalmente las titulaciones del ámbito sanitario y de educación primaria e infantil han tenido sus "prácticum" concertados con las autoridades correspondientes en estas materias a nivel autonómico. Lo que aquí se plantea es muy distinto y desaconsejable en mi opinión.

El Trabajo Fin de Grado se define en la Memoria como *un trabajo original consistente en un proyecto integral en el ámbito de las matemáticas y filosofía, en el que se sinteticen las competencias adquiridas en las distintas materias*. Obviamente así debe ocurrir en

todo Grado, pero en la práctica puede ser difícil encontrar temas para todo el alumnado, pues parece que deberían buscarse en los ámbitos de intersección de las dos disciplinas para poder alcanzar las competencias de ambas. Esta situación no parece evitable y el comentario sólo sirve para alertar sobre la misma. Situación diferente ocurre en los Dobles Grados, en que los estudiantes realizan dos trabajos Fin de Grado, y, por ello, no deben necesariamente enmarcarse en ámbito común a los dos grados.

Contenidos del Plan de Estudios

La distribución de los contenidos del plan de estudios presenta ciertas objeciones:

1. Mi primera observación es acerca del grado de detalle de descripción de los contenidos. En algunos casos me parece demasiado detallado para ser un plan de estudios y en otros es muy leve. De los primeros es ejemplo decir que en la asignatura de Geometría IV tenga que explicarse el Teorema de Rigidez de la esfera. De los segundos, la descripción de las asignaturas de Filosofía de la Ciencia.
2. No me parece viable cursar una Introducción a la Topología en el primer cuatrimestre de primer curso, cuando los alumnos acceden con muy poco nivel de abstracción del Bachillerato, desconocen los rudimentos de la Teoría de Conjuntos, tienen muy poco formalizado el lenguaje matemático y se encuentran con un único ejemplo de estudio de propiedades topológicas en la asignatura de impartición simultánea de Introducción al Análisis Matemático. El barniz sobre conjuntos que se pueda dar en la asignatura simultánea de Introducción al Álgebra Abstracta es a todas luces insuficiente.
En muchas universidades los estudios matemáticos comienzan con una asignatura llamada "Matemáticas Básicas", "Lenguaje Matemático" o denominaciones similares, que sirve para paliar esa carencia formativa.
3. Una asignatura inicial en que se estudiara con cierto detalle y paciencia nociones básicas de teoría de conjuntos, álgebras de Boole, aplicaciones entre conjuntos, algo de cardinalidad, nociones de combinatoria, etc. abriría las puertas a conocimientos superiores. Por ejemplo, los modos de razonar y los silogismos de la lógica aristotélica se pueden expresar en términos de conjuntos, con lo que la ganancia de esta asignatura no sería sólo para la parte matemática del Grado sino también

para la filosófica. Esperar a la asignatura de Lógica del tercer cuatrimestre o a la de Filosofía de las Matemáticas del séptimo o a la optativa de Teoría de Conjuntos de ese mismo séptimo cuatrimestre me parece mucho esperar.

4. Mi impresión es que el plan de estudios se queda corto respecto de la historia y filosofía de las Matemáticas (una obligatoria en el séptimo cuatrimestre). En particular, echo de menos la descripción axiomática de la Matemática, al estilo de los "Elementos" de Euclides y de las axiomáticas de finales del XIX, la confrontación del saber matemático con el entorno físico, que explica, por ejemplo, la tardanza histórica en abordar el estudio de ecuaciones algebraicas de grado superior a tres, pues no tenían interpretación visual, y la tardía introducción en Occidente del cero y de los números negativos. La historia de las geometrías no euclídeas es también muy importante por cuanto suponen la aparición de objetos matemáticos no vinculados en su momento a la realidad física conocida, lo que crea una crisis sobre el sentido de la verdad matemática. Mucho antes apareció la crisis de los inconmensurables, esto es, de la existencia de números reales no racionales. Y a finales del XIX las paradojas de la teoría de conjuntos. Estos contenidos y otros similares podrían configurar bien organizados una asignatura obligatoria a impartir en la primera mitad del Grado, pues no requieren gran aparato matemático.

En el fondo, la historia de las Geometrías no euclídeas, que duró centenares de años hasta su resolución en el primer tercio del siglo XIX, cuando se pudo concluir que el quinto postulado de la geometría plana de Euclides es independiente de los otros, y, por tanto, es un postulado y no un teorema, es un ejemplo magnífico del valor estético de las Matemáticas, pues el hecho de que fuera teorema o fuera postulado era una cuestión fundamentalmente estética y no práctica. En poco tiempo se convirtió en algo tremendamente práctico, porque la sustitución del postulado euclidiano por el hiperbólico y por el elíptico abrió la mente a nuevas geometrías. Y cuando hoy día la Cosmología se pregunta cuál es la geometría de nuestro universo, debemos volver a ese punto.

5. Continuando con el punto anterior, el plan de estudio presenta dos asignaturas de Filosofía de la Ciencia a impartir en los cuatrimestres quinto y sexto (en la página 25 del documento hay un error en una tabla en que aparece Filosofía de la Ciencia I cuando debía ser II). Quizá parte de sus contenidos, que están muy poco desarrollados, debían ocuparse de lo que he descrito

- en el punto anterior, y también del papel que juega la Matemática en relación a otras Ciencias. Habría que dejar bien claro que el modo de razonar de la Matemática es radicalmente distinto del de las Ciencias Experimentales.
6. Yendo a cierto detalle de mi especialidad, no entiendo cómo se puede explicar en la asignatura de Geometría IV el Teorema de Gauss-Bonnet si no se ha dicho nada del Teorema de Clasificación de superficies topológicas compactas y conexas. Y este resultado es fuente de pensamiento filosófico: igual que la Cosmología se pregunta por la geometría del universo también lo hace por la forma de éste. El sitio adecuado era la asignatura de Topología de quinto cuatrimestre, donde yo cambiaría los temas de espacios recubridores por la clasificación de superficies topológicas. Este comentario sirve de muestra de lo que antes he alertado sobre el excesivo detalle de algunas descripciones.
 7. Me llama mucho la atención que el plan de estudios no tenga ninguna asignatura de Probabilidad, Estadística, Cálculo Numérico, Optimización, etc. Son campos de la Matemática con numerosas aplicaciones fuera de la disciplina y que se prestan a importantes reflexiones filosóficas. Y esta observación tiene que ver con lo que se va a comentar en el punto siguiente.
 8. Respecto de los perfiles de egreso había señalado tres que me llamaban la atención. Explico el porqué. Los perfiles 1. *Interpretación de datos en todas las versiones ('big data' incluido)* y 5. *Modelización Matemática* no veo que estén relacionados con materias cursadas en el Grado. El perfil 2. *Trabajo de investigación y desarrollo en las áreas de Matemáticas, Filosofía y sus intersecciones naturales* podría cultivarse incidiendo un poco más en la intersección entre las dos disciplinas.

Soy consciente de que en 240 créditos es imposible explicar "todo", pero veo en este Grado la posibilidad de que sus titulados puedan argumentar con verdadero conocimiento en el ámbito común de Filosofía y Matemáticas, y tener un barniz en lo que respecta a las implicaciones filosóficas de otras disciplinas, como Cosmología o Mecánica Cuántica, disciplinas que es imposible que comprendan sin realizar estudios mucho más profundos que los que aquí se puedan proponer.

Articulando un poco mejor algunas materias entiendo que la formación recibida sería adecuada para que los egresados pudieran alcanzar las

salidas profesionales propias de un titulado en Matemáticas. Desconozco si lo mismo se puede predicar de la Filosofía, pero confío en que personas con mayor conocimiento que yo lo puedan confirmar. Y, además, están las citadas en la propuesta de plan de estudios que aúnan el conocimiento de ambas disciplinas.

En Santander, a 18 de julio de 2024,

Fernando Etayo Gordejuela
Catedrático de Geometría y Topología, Universidad de Cantabria,
etayof@unican.es
Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.