

$\pi-8$

Erase una vez un matemático muy bueno, llamado Galoisetto, al que le gustaba mucho hacer construcciones con regla y compás. Quienes lo conocían afirman que había construido de este modo toda la colección de números racionales, que sólo enseñaba a sus mejores amigos.

Un buen día, mientras paseaba por el plano afín, se encontró un viejo polinomio ciclotómico de orden 2^{2^7} .

–“Vaya, qué tenemos aquí, con esto podré construir un estupendo 2^{2^7} -ágono.” dijo Galoisetto.

Así, después de muchos días de trabajo, separando y etiquetando las raíces, consiguió construir, usando sólo su vieja regla y su compás, un hermoso 2^{2^7} -ágono regular.

Galoisetto estaba muy contento con su creación. Cuando pensó qué nombre ponerle, recordó entonces que lo había hecho a partir de un polinomio que encontró en el plano afín, concretamente en el punto $(\pi, 8)$.

–“Entonces te llamaré $\pi-8$.” dijo Galoisetto alegremente.

Cansado de tanto trabajar se fue a la cama, y como contaba las ovejas usando sus amplios conocimientos de combinatoria, no tardó en quedarse dormido. Entonces apareció Gauss, el Hada Buena.

–“No me gusta que Galoisetto esté tan solo, te daré vida para que le hagas compañía.” dijo el Hada Buena a $\pi-8$.

Y dicho esto, el Hada Buena sacó su varita mágica con perfecta forma de símbolo integral, arrojó unos diferenciales mágicos sobre $\pi-8$, y con unos toques y Stokes de su varita, le aplicó la única solución de la secreta ecuación diferencial de la vida, con condiciones iniciales apropiadas para $\pi-8$.

Una vez acabado el hechizo, el Hada Buena liberó a un pequeño grafo que había quedado enredado en la σ -álgebra engendrada por alguna malvada araña.

–“¿Cómo te llamas?” preguntó el Hada Buena.

–“Pepito Grafillo, para servirla.” dijo el pequeño grafo.

–“Tú serás el encargado de cuidar de $\pi-8$. Vigílale bien y sobre todo que nunca diga mentiras.”

–“Sí, Hada Buena.” dijo Pepito Grafillo.

Y dicho esto, el Hada Buena se multiplicó por i , desapareciendo instantáneamente.

Galoisetto se alegró mucho de tener a $\pi-8$ pues éste le hacía mucha compañía. Un buen día, llegó el momento de ir a la escuela.

–“Pórtate bien, todo el mundo debe saber los axiomas y las demostraciones.” dijo Galoisetto

–“Sí, papá Galoisetto.” dijo muy obediente $\pi-8$.

Y dicho esto, emprendieron el camino hacia la escuela.

Cuando π -8 y Pepito Grafillo llegaron al Instituto Cantor (llamado así por los grandes cantores que estudiaron allí), la profesora, una matriz definida negativa muy antipática, les presentó al resto de la clase.

La primera clase que dieron le pareció muy interesante a π -8, pues estuvieron viendo las distintas propiedades que cumplían los elementos del conjunto vacío. Sin embargo, la segunda clase le pareció más aburrida, pues se limitaron a decir en voz alta todos los ordinales hasta ω inclusive.

En el descanso, un travieso alumno al que no le gustaban nada las Matemáticas, llamado Nobel, se le acercó.

–“Hey, poligonillo, ¿qué tal si nos vamos por ahí y nos saltamos las siguientes clases?” dijo el mal estudiante.

–“Nada de eso”, intervino Pepito Grafillo, “ π -8 ha de portarse bien y nunca decir mentiras.”

–“Hey Grafillo, no le des tantas vueltas al asunto, deberías quitarte esos ciclos que tienes en la cabeza.”

Y así, con sus malas artes, el travieso alumno convenció a nuestro amigo para faltar a las siguientes clases.

Cuando regresaron a la escuela, la profesora estaba muy alterada, y sus autovalores estaban rojos de la ira. Con uno de sus pivotes, apuntó acusadoramente a π -8.

–“¿Dónde habéis estado?” preguntó furiosa.

π -8 estaba muy asustado y no sabía qué decir, ya que habían estado espiando a unas bellísimas cuádricas degeneradas. Entonces mintió:

–“Estuvimos demostrando la cuadratura del círculo.”

Pero entonces pasó algo increíble: una de las raíces primitivas de π -8, α_{27} , comenzó a crecer en módulo desmesuradamente. La profesora, asombrada, corrió a llamar al Director del Instituto, mientras todos los compañeros de π -8 se reían y hacían burlas.

Pero he aquí que el Director del Instituto no era otro que Stromboli, el Catedrático Malvado. Cuando Stromboli vio a π -8, se dio cuenta enseguida de cómo podía usar a nuestro amigo para su propio beneficio. El terrible Catedrático agarró a π -8 y se lo llevó corriendo al complejo simplicial que utilizaba como guarida.

Pepito Grafillo se lamentó: Si π -8 no se hubiera portado mal, esto no hubiera pasado. Pensó cómo encontrar a π -8, ya que la guarida del malvado Stromboli era secreta.

Pensó y pensó, hasta que de repente se dio cuenta de que, en el forcejeo con Stromboli, π -8 había perdido una de sus raíces, α_{13} . Pepito Grafillo estaba de suerte: como dicha raíz era primitiva, sólo tendría que preguntar en todos los cuerpos intermedios entre \mathbb{Q} y $\mathbb{Q}[\alpha_{13}]$, y en alguno seguro que obtendría

información sobre el paradero de π -8. Efectivamente, en uno de los cuerpos, una base le dio las coordenadas (respecto esa misma base, claro) del lugar donde se encontraba nuestro amigo.

Mientras tanto, π -8 se encontraba muy asustado. El malvado Stromboli le había inmovilizado poniéndole pesadas etiquetas a todas las raíces menos a α_{27} , ya que para ella tenía perversos planes.

Y así fue. El feroz Catedrático obligó durante varias horas a π -8 a recitar los malvados teoremas que se le iban ocurriendo, de forma que, con solo observar el crecimiento de α_{27} , podía saber si los teoremas eran o no ciertos, sin apenas trabajar. Stromboli estaba muy contento con su descubrimiento y no paraba de obligarle a decir teoremas sin control alguno, y π -8 estaba muy asustado pues sabía muy bien lo que le pasaría si Stromboli le obligaba a recitar un teorema indecidible.

Por fortuna, esa noche, cuando Stromboli dormía sobre un montón de exámenes suspensos, apareció Pepito Grafillo. Como nuestro pequeño amigo no contenía a C_5 ni a $C_{3,3}$, pudo colarse fácilmente por debajo de la puerta y llegar hasta donde estaba π -8.

Pepito Grafillo intentó con todas sus fuerzas mover las pesadas etiquetas de las raíces pero fue en vano. Cuando ya no sabía qué hacer, apareció entonces Gauss, el Hada Buena.

–“Como veo que estás arrepentido, te liberaré si y solo si me prometes no decir más mentiras.” le dijo a nuestro inmovilizado amigo.

–“Sí, Hada Buena.” dijo π -8, muy asustado.

Entonces el Hada Buena invocó un famoso hechizo suyo, el Periodo de Gauss, llamado así porque las palabras del conjuro forman una sucesión de periodo $2\pi i$. Con dicho hechizo logró que todas las raíces de π -8 se anularan momentáneamente permitiendo a éste escapar de las pesadas etiquetas que le había puesto el cruel Catedrático. Entonces π -8 le dio las gracias al Hada, y ésta se proyectó hasta el infinito, desapareciendo en el acto.

Así, nuestros amigos consiguieron escapar de las garras del terrible Stromboli. Se orientaron hacia la casa de Galoisetto y emprendieron el viaje.

Mientras tanto, Galoisetto, desesperado por la pérdida de π -8, salió a buscarle, y la mala suerte quiso que una monstruosa superficie compacta se lo tragara.

Pero la casualidad (ya que tenía probabilidad estrictamente positiva) hizo que esa misma superficie compacta se tragase a nuestros amigos en su camino de regreso.

Cuando π -8 se encontró a Galoisetto dentro de la superficie, éste se puso muy contento.

–“Pero ahora nunca podremos salir de esta monstruosa superficie.” dijo apenado Galoisetto.

Pero π -8 no se daba por vencido. El problema tiene alguna solución, se dijo. Se acomodó en un punto de silla de la superficie, y pensó y pensó hasta que de repente, se le ocurrió una idea.

Eligió un punto adecuado de la superficie y, tirando entre los tres, consiguieron arrancar el vector binormal en ese punto. Luego, eligieron otro punto cualquiera de la superficie, e incrustaron el vector forzando a que sea ortogonal con los otros 3 vectores que ya había. Esto obligó a la superficie a entrar localmente en \mathbb{R}^4 , momento que aprovecharon nuestros amigos para escapar fácilmente del interior de la superficie.

Una vez que volvieron a casa, π -8 le prometió a Galoisetto que sería bueno y no diría más mentiras. Y fueron felices, y calcularon generatrices.

Y colorín, corolario colorado,
este cuento se ha terminado.

David Gutiérrez Rubio

(cc) Con licencia Creative Commons